

23. Komplexní čísla

Osnova: komplexní číslo jako uspořádaná dvojice reálných čísel, operace na množině C , pole $(C + \cdot)$, souvislost množin R a C ;

algebraický a goniometrický tvar komplexního čísla, imaginární jednotka, imaginární a ryze imaginární čísla, komplexně sdružené číslo, absolutní hodnota a argument komplexního čísla, polární souřadnice, Gaussova rovina, Moivreova věta;

binomická rovnice, komplexní n -tá odmocnina, kvadratická rovnice s reálnými a komplexními koeficienty s komplexní neznámou, algebraická rovnice, reciproká, trinomická rovnice, základní věta algebry.

SÚM 229/66, 79, 82aef(ostatní), 83, 84ab(df), (93), 94, 98, 100a(bc)d, 105, 106, 108a, (119), (121), 129, 130, (136); 93/261d, 263(b)cf

SMP 34/5ab, 9b(c)d, 10be(g)k; 39/10a(b)ce

5) Z obrazů komplexních čísel a, b, c pokládejte vždy první dva za sousední vrcholy a třetí za střed rovnoběžníku. Určete zbývající vrcholy rovnoběžníku:

a) $a = 1 - i, b = 3 + 2i, c = -2$

b) $a = 2i, b = -3 - i, c = 1 + 2i$

9) Zobrazte množiny všech řešení daných rovnic v množině C :

b) $|z - i| = 2$

c) $|z - 4 - 2i| \cdot |\bar{z} - 4 - 2i| = 0$

d) $|\bar{z} + 12| = 12$

34/10) Zobrazte množiny řešení daných nerovnic v množině C :

b) $|z + 1 - i| \geq 0,5$

e) $1 \leq |z - 2i| \leq 4$

g) $|z - 1| \geq |z + 1|$

k) $\left| \frac{z - i}{z - 2i} \right| \geq 1$

39/10) V množině C řešte rovnice s neznámou z :

a) $z^2 - 6iz - 8 = 0$

b) $z^2 - 2(1 + i)z + 2i = 0$

c) $z^2 - 2z + 1 - 2i = 0$

e) $\frac{z - 1}{z + i} = \frac{1 + z}{z}$

Binomické rovnice

SÚM 95/269a(c), 271b(e), 272a(b), 273d, 276b

SMP 40/2i*, 3c

2i*) V množině C řešte algebraicky rovnici $(z - i)^3 = -8$, její kořeny znázorněte geometricky.

3c) V množině C řešte rovnici $z^6 - 7z^3 - 8 = 0$.

Př.: Zjistěte, který člen binomického rozvoje výrazu V neobsahuje x .

a) $V = (x/4 - \sqrt{2}/x^2)^{15}$ [šestý člen]

(b) $V = (2x^3 - \sqrt{2}/x^2)^{10}$ [sedmý člen]